

БЕСКОНАЧНОСТ БРОЈЕВА

INFINITY OF NUMBERS

УНА ТЕРЗИЋ, VIII разред, Основна школа „Мирослав Антић Мика“

Панчево, Регионални центар за таленте „Михајло Пупин“ Панчево

ЈЕЛЕНА САМАРЦИЋ, професор математике, Регионални центар за таленте
„Михајло Пупин“ Панчево

РЕЗИМЕ

Циљ овог истраживања је открити да ли заправо постоји бесконачно бројева или ипак негде постоји крај

КЉУЧНЕ РЕЧИ: бесконачност, скупови бројева, пребројавање.

ABSTRACT

The goal of this research is to find out if there is actually an infinite number of numbers or if there is an end somewhere

KEY WORDS: infinity, sets of numbers, counting

УВОД

Бесконачност се у математици третира као број, али не као природан или реалан, већ као количина која није коначна.

Пошто се математика бави величинама, мора користити симболе, тако и бесконачност има свој симбол.



Слика 1. Симбол бесконачности
Picture 1 Sybol of infinity

Заједнички симбол за бесконачност, ∞ , измислио је енглески математичар Џон Волис 1655. године. По њему, могу се разликовати три главна типа бесконачности: математички, физички и метафизички.

За потребе овог рада разматраћемо две врсте бесконачности, које је у математици представио Аристотел: потенцијална и актуелна.

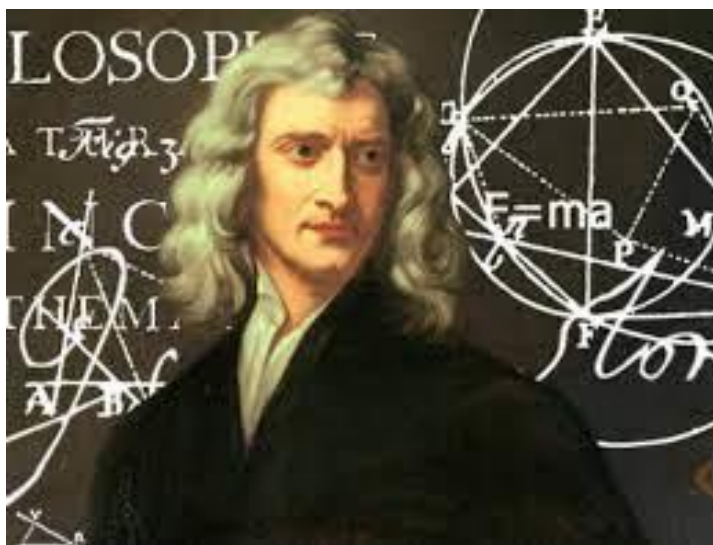
Потенцијална бесконачност се заснива на теорији инфинитезималног рачуна, а актуелна на основу теорије скупова.

РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

Потенционална

Како је то Аристотел дефинисао, потенцијално бесконачно је група бројева или група „ствари“ која се наставља без прекида, настављања или понављања изнова и изнова без препознатљиве крајње тачке. Оно што разликује потенцијал бесконачно и даје му карактеристику да је „потенцијалан“ јесте идеја да ако би неко узео комадић или испитао само један изоловани део тог бесконачног скупа бројева, могао би да ухвати или посматра коначан скуп бројева. Очигледан пример је груписање природних бројева. Без обзира где се налазите док набрајате или одбројавате природне бројеве, увек постоји други број за наставак претходног. Такође, геометријска линија са почетном тачком може да се протеже без краја, али и даље може бити потенцијално бесконачна јер све што треба да урадите је да додате више дужине коначној дужини да би се омогућило да се продужи.

Негде између 1666. и 1668. године, у необјављеном рукопису на који се позивамо уводним речима, *De gravitatione*, Исак Њутн је написао да „бесконачна и вечна“ божанска моћ коегзистира са простором, који се „протеже бесконачно у свим правцима“ и „вечан је у трајању.“ Овај, по многим највећи физичар, али и математичар свих времена, уочио је да узимајући редом бројеве као што су 0,1 ; 0,01 ; 0,001... све више би се приближавали нули, али тај низ нула и јединице могао би бити без краја тј. бесконачан.



Слика 2. Исак Њутн
Picture 1 Isaac Newton

Актуелна

Георг Кантор, немачки математичар изнео је мишљење по коме се стварно бесконачно одликовало трима релацијама:

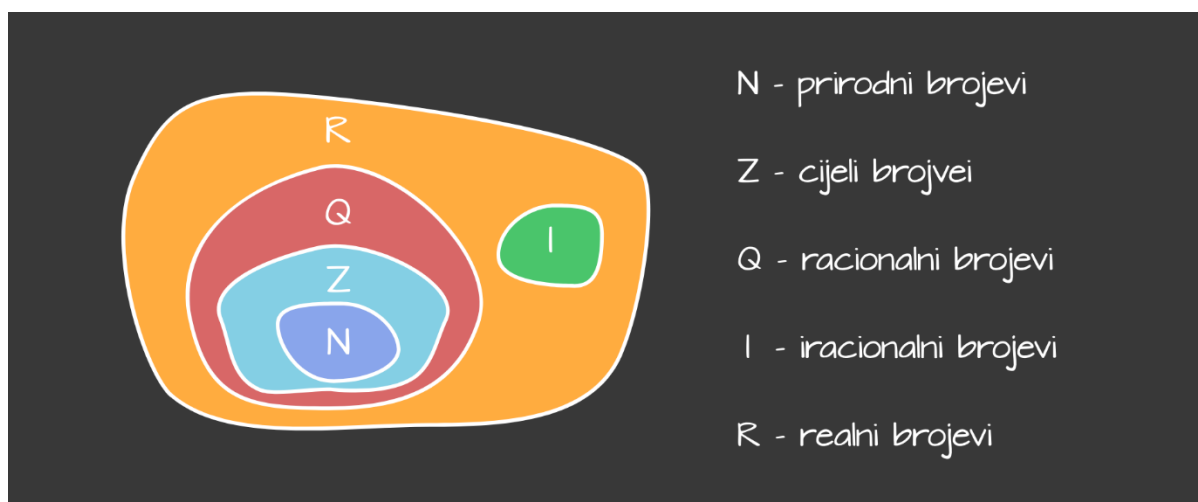
- прво, као што се остварује у врхунском савршенству, у потпуно независном, вансветовном постојању, у Део, где га он назива апсолутно бесконачним или једноставно апсолутним,
- друго по мери у којој је заступљена у зависном, креатурном свету;
- треће, као што се може замислити *in abstracto* у мишљењу као математичка величина, број или врста реда.

У последња два односа, где се очигледно открива као ограничена и способна за даљу пролиферацију и отуда позната коначном, називам га Трансфинитум и снажно га супротстављам апсолуту.

Он је, као оснивач теорије скупова, приметио да постоји повезаност између скупова бројева и предмета које можемо да пребројимо.

Скуп природних бројева $\mathbf{N}$ $\{1,2,3,4...\}$, као и скуп целих бројева $\mathbf{Z}$ $\{0, +1,-1,+2,-2,+3,-3...\}$ можемо пребројати и обележавати са N_0 .

Можемо пребројати и скуп рационалних бројева $\mathbf{Q}$, али не можемо пребројати скуп ирационалних бројева $\mathbf{I}$, ни скуп реалних бројева $\mathbf{R}$.



Слика 3. Скупови бројева
Picture 3 Sets of numbers

Бесконачно + бесконачно

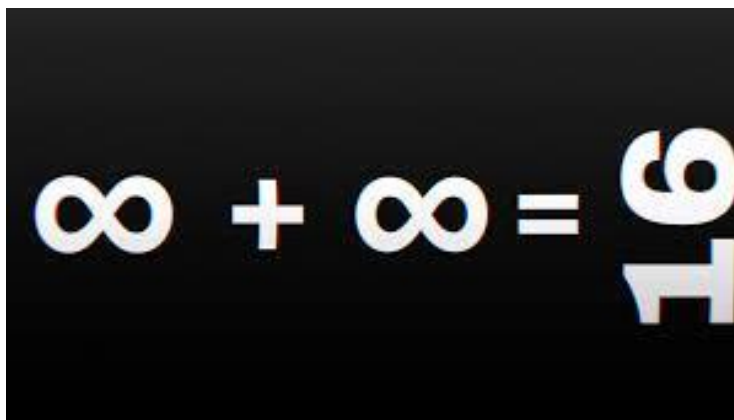
Када користимо потенцијалну теорију бесконачности и актуелну теорију бесконачности можемо закључити да стварно постоји бесконачан низ бројева, али да ли је бесконачно + бесконачно или било која друга рачунска операција између те две количине такође једнака бесконачности.

Ако узмемо бесконачну листу целих бројева и помножимо је такође са бесконачном листом целих бројева, онда можемо добити цео број који се налази у почетним листама. То би била иста величина бесконачности као и почетна.

Примера ради, можемо замислити да ту листу представљају бројеви 1 и 2. Када би смо помножили 1 и 2 са том исто листом добили би смо опет листу од само 1 и 2.

Када би узели бесконачно и додали + 1 то би опет било једнако бесконачно само што би листа била проширенија за један број већи.

У популарној култури данашњице, математичари понекад умеју да кажу да је збир двеју бесконачности једнак броју 16.



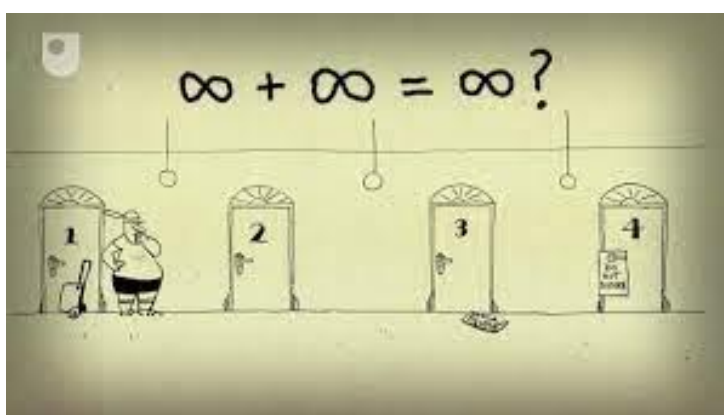
Слика 4. Бесконачност + бесконачност = 16
Picture 4 Infinity Plus Infinity Equals Sixteen

Хилбертов парадокс

Када говоримо о појму бесконачности, можемо њену „ограниченост“ или „неограниченост“ представити кроз такозвани Хилбертов парадокс, односно „хотел са бесконачним бројем соба“.

Наиме, можемо замислити хотел са бесконачним бројем соба, где може да стане бесконачно много гостију. Али шта ако би дошао аутобус са бесконачним бројем путника, а у хотелу је већ заузето првих бесконачно соба?

Свако од гостију у хотелу би морао да се пресели у собу са дупло већим бројем него у претходној соби. Гости који су већ били у соби бесконачности, до које не може да се дође ни пребројавањем ни ходањем, морали би ту собу тражити бесконачно дуго.



Слика 5. Хилбертов парадокс
Picture 5 Hilbert's paradox

Бесконачност у природи

Бесконачност у физици има исто значење као и у већини других предмета. Бесконачна удаљеност и бесконачна дужина времена су оно што кажу - бескрајно. Бесконачне количине енергије, притиска или можда густине у малом или бесконачно малом простору називају се сингуларитетима. Ово посебно долази до изражаја у наизглед сукобљеним теоријама великих физичара, Теорији релативитета, коју је развио Алберт Ајнштајн и теорији квантне физике. По неким ауторима, управо се у средишту неких од најзанимљивијих објеката у свемиру, црним рупама, налазе немерљиве количине енергије, притиска и густине материје, односно њихова бесконачност или сингуларитет.

ЗАКЉУЧАК

Помоћу ових истраживања можемо донети закључак да коју год методу или теорему употребљавали, бројева у математици је бесконачно много и не можемо их пребројати. Када би смо пробали да бројимо бесконачно бројева, требало би нам и бесконачно времена. Дошли смо и до закључка да то што у математици има бесконачно могућности, не значи да их има и у природи.

Међутим, у многим гранама науке, нарочито природним сви скупови се могу делити или повећавати, као што је то у математици са бројевима. Иако се сва жива бића састоје од ткива, ткива од ћелија, о она од молекула, молекули се могу делити на атоме, а они на њихове саставне елементе, чија величина иде у недоглед – бесконачност.

ЛИТЕРАТУРА

- [1.] *John Wallis, In his Arithmetica Infinitorum ("The Arithmetic of Infinitesimals")*,
- [2.] *David Foster Wallace, Everything and More: A Compact History of Infinity*,
- [3.] *Isaac Newton, Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum ("Treatise on the Method of Series and Fluxions")* – 1671. година,
- [4.] *Georg Cantor, Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers*,
- [5.] https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert%27s_paradox_of_the_Grand_Hotel
(доступно на дан 16.03.2024. године).